

반응표면분석 기법을 적용한 비선형 시스템 최적화: 종이형 드론 실험*

고동현¹ · 한봉규¹ · 방준영² · 차영호^{1†}

¹육군 교육사령부 전투지휘훈련단, ²성결대학교 산업경영공학과

Application of Response Surface Method on Non-linear System Optimization: Paper Drone Experiment*

Dong-Hyun Ko¹ · Bong-Kyu Han¹ · June-Young Bang² · Young-Ho Cha^{1†}

¹Training and Doctrine Command(TRADOC), Republic of Korea Army

²Department of Industrial and Management Engineering, Sungkyul University

■ Abstract ■

The goal of this research is to find the most influential factors for the flying time of a paper drone by using a variety of methodologies from design and analysis of the industrial engineering, and to suggest the final optimized design of a paper drone so that it can fly as long as possible. By applying a variety of design methods, we can build an optimized model to make the best product or system, and this helps us reduce the cost of changing the process conditions so that we can minimize the number of experiment runs to reduce the total cost. We designed the experiment with standard papers given by NASA spaceship center. We set a total 6 factors and investigate the response surface of a paper drone flight time. With this research, we showed that RSM is not an independent way of designing an experiment in isolation, but the perfect way of combinations for those to find the optimal design, and the RSM process will help us to understand the practical way of design any experiment.

Keywords : Design of Experiment, Response Surface Methodology, Factorial Design, Fractional Factorial Design, Steepest Descent Method

논문접수일 : 2022년 02월 15일 논문게재확정일 : 2022년 03월 17일

논문수정일 : 2022년 03월 14일

† 교신저자, infcha@empas.com

1. 서 론

드론은 운전자가 탑승하지 않고 무선전파를 통한 원격 조정으로 비행하는 비행체를 뜻한다. 군사적인 측면에서 초기의 드론은 공군기나 고사포, 미사일 체계의 연습 사격에서 표적을 대신하기 위해 사용되었으나, 현재는 드론에 다양한 무장을 장착하여 새로운 무기체계의 한 종류로 분류한다. 비군사적 측면에서는 자연 재해 지역, 건물 붕괴 현장, 원자력 발전소 사고지역 등 사람이 접근할 수 없는 지역에 드론을 투입하여 소방 및 구조 활동에 사용되기도 하고, 드론을 활용한 택배 및 상품을 수송하기 위한 연구가 민간에서 활발하게 이루어지고 있다. 이처럼 드론은 군사적 영역을 넘어 농업용 드론, 서비스 드론, 여가용 드론 등 다양한 영역에서 연구되고 있지만, 장비의 비용과 장비 조작에 숙련되기까지의 비행 훈련 시간 등이 드론 관련 연구의 주요 진입장벽이 되어 활발한 연구에 장애가 되고 있다.

본 연구의 목적은 종이로 제작한 드론형 비행물체의 체공시간을 최대화하는 요인변수(또는 계량인자)의 최적 조건을 찾고, 실제 드론의 안정적인 체공을 보장할 수 있는 변수들의 조건에 대한 이론적인 통찰을 제공하기 위함이다. 드론형 비행물체의 체공시간은 군사적 측면에서 안정된 작전지속시간을 확보함으로써 적과 관련된 첩보획득 및 획득된 첩보를 이용하여 포병 등의 타격 수단으로 실시간 타격할 수 있는 여건을 보장한다는 실질적인 의미가 있다. 본 연구는 현재의 드론형 비행물체 성능 고도화 관련 각종 사업에서 비행물체의 가장 중요한 성능 중 하나인 체공시간 안정화에 영향을 미치는 변수들의 변동 요인을 찾아내고 성능변동을 최소화하기 위한 공정을 개선하는데 도움을 줄 수 있을 것이다. 이를 위해 먼저 반응표면 분석을 위한 이론적 절차를 소개하고, 실제 종이 드론형 비행물체(이하 ‘종이 드론’으로 통칭)를 이용하여 얻은 실험데이터를 통해 체공시간을 최대화하기 위한 계량인자들의 조건을 찾기 위해 반응표면분석 기법을 적용하는 일련의 절차를 분석하였다. 반응표면분석(response surface method, RSM) 기법은 어떠한 공학

적 시스템을 2차 모형으로 가정하고, 시스템을 구성하는 요인들의 수준 변화에 따른 반응변수의 변화 패턴을 살펴보고 최적의 반응 값을 주는 요인들의 최적 조건을 찾는 회귀 분석 방법이다. 반응표면분석의 절차는 크게 3가지 단계적 순서로 이루어져 있다. 첫째는 ‘2수준 일부실험(2-level fractional factorial design)’을 적용하여 반응변수에 영향을 줄 것으로 예상되는 핵심 설명변수들을 식별하는 것이다. 둘째는 선별된 핵심 인자들로 추가적인 실험설계를 하고, 최대경사법(steepest ascent method, SAM)을 적용하여 최적조건 근처의 설명변수들 영역(‘관심영역’이라고 칭함)으로 관심을 집중한다. 마지막으로 설명변수들의 최적조건 근처 영역에서 시스템을 2차 모형으로 가정하고, 중심합성설계(central composite design, CCD) 방법을 적용하여 실험을 실시하고, 관심영역에서 반응변수를 최적화(최대, 최소, 또는 안장점)하는 설명변수들의 최적조건을 찾고 재현성을 확인한다.

종이 헬리콥터나 실제 헬리콥터의 실험데이터를 활용하여 통계적 모델에 반영하는 연구는 다음과 같다. 변재현 등[5]은 한국형 기동헬기의 진동 비행시험 결과 데이터를 활용하고 실험계획법을 적용하여 실험계획을 수립하고 결과를 분석하는 방안을 제시하였다. 신병철 등[6]은 제품의 개발단계에서의 변동 발생 등 원인을 규명하고 변동을 줄이는 방안을 제시하는데 종이 헬리콥터 낙하 실험을 활용하였다. 김길영 등[4]은 종이 헬리콥터 실험에서 확보한 데이터를 통계적 기법을 적용하여 해석모델의 파라미터로 반영함으로써 해석모델을 교정하고 검증하는 방안을 제시하였다. Ferrantol[12]은 Six Sigma(DFSS) methodology의 최적 강건 설계의 예제에서 종이 헬리콥터를 이용한 실험을 다루고 있다. 또한, 본 연구에서 적용한 반응표면분석은 기계공학, 산업공학, 화학 등 다양한 학문 분야에서 적용한 사례를 찾을 수 있다. Li[13]의 조사연구 논문에서 요인과 반응, 통계적 방법 및 결정 계수 등을 포함하여 기본 테스트 정보에 관한 80개 이상의 최적 설계 적용 사례들을 요약하고 논의하였다. 김경준 등[2]은 외력이 선박에 미치는 영향 분석하고 선박의 운항효율을 예측하는

모델 개발하였으면 반응표면분석을 적용하여 특정 보퍼트 풍력 구간을 고려한 선박의 운항 반응을 탐색하였다. 최근에는 황하은 등[11]이 목표 품질에 대한 최적 설계인자를 도출하기 위하여 인공신경망과 반응표면분석법을 적용하였다.

본 연구의 적용 분야인 비선형 모델의 제안 또는 실험계획법을 활용한 최적 파라미터를 도출하는 연구는 모델의 복잡성과 최적 알고리즘 개발의 난이도로 인해서 상대적으로 적은 연구들이 진행되었다. 이진호[7]는 무인항공기를 탐지하는 최적화 모델을 제안하였다. 정예림 등[9]은 배송 네트워크의 드론의 유용성을 실험계획법을 활용하여 검증하였다. 김정희와 조남석[3]은 위치 선정을 위한 비선형 모형을 제안하고 해법을 제시하였다. 조성진, 이문걸[10]은 지형공정보를 이용하여 강하지역을 선정하는 최적 모형을 제안하였다. 보다 많은 연구들이 고풍종 등[1]의 연구와 같이 인공지능 모델에서 파라미터 최적화의 연구가 활발하게 진행되고 있다. 보다 넓은 연구 범위에서는 이승호와 백승령[8] 군 내에서 의사결정 문제를 지상전술C4I체계(ATCIS: Army Tactical Command Information System) 하에서 시스템의 특성과 개인의 특성이 의사결정에 미치는 영향을 정량화 하였다.

본 연구를 위해 설계된 종이 드론은 A4용지를 이용하여 제작되었으며, 2020년 NASA에서 실시한 'Mars Helicopter Project'[14]에서 차용하였다. 본 연구에서 사용된 데이터셋은 '제공시간'을 반응변수로 하고, 날개의 길이·너비, 중간 몸통 길이, 몸체 길이·너비, 그리고 종이 비행체에 무게를 더하여 안정적인 비행을 보장하기 위한 클립의 부착 여부를 요인변수로 설정하였다. 제작된 종이 드론으로 '5 = 123'과 '6 = 124'를 생성자(generator)로 갖는 해상도(resolution) IV 일부실시법인 26-2IV 일부실시법을 적용하여 총 16회의 최초 실험을 시행하였다. 해상도 IV 일부실시법은 어떤 주효과(또는 요인변수)도 다른 주효과나 2요인 상호작용효과와 별명(alias)이 아님을 보장하는데, 실험자는 이를 통해 반응변수에 핵심적인 영향을 미치는 주효과들을 쉽게 선별할 수

있다. 즉, 실험자는 26-2IV 일부실시법을 통해 반응변수에 영향을 미치는 계량인자들의 주효과를 추정하는 데 필요한 64회의 비행을 16회로 축소하는 동시에 본 실험에서 설계한 6개의 주효과 중에서 핵심적인 주효과들을 손쉽게 추정할 수 있다. 이는 반응표면분석의 첫 번째 단계인 핵심 설명변수 식별을 보장한다. 이어서 제공시간을 반응변수로 하는 시스템의 관심영역을 찾기 위한 추가적인 실험데이터를 얻기 위해 최대경사법과 중심합성설계 방법을 적용하여 추가실험을 시행하고, 결과를 분석하였다. 마지막으로 정준분석(Canonical Analysis)을 실시하여 최적의 계량인자 조건들을 관심 영역에서 찾아내고, 그 인자들의 실행 가능한 영역(feasible region)을 도출하여 최적 조건을 추정하였다. 이어서, 최적의 계량인자 조건들로 실험을 재설계한 확증적 실험(Confirmatory Experiment)을 실시하고, 앞서 추정한 최적 조건을 적용하여 추가실험을 실시할 경우 관측될 반응값의 신뢰구간을 유의수준 0.05 하에서 계산하였다. 그 결과로 확증적 실험을 통해 얻은 실제 반응값들의 평균이 95%수준 신뢰구간 안에 포함됨을 보임으로써 본 실험의 충분한 재현성을 증명하였다.

2. 문제정의

2.1 실험의 제약조건

본 연구를 위한 실험에서 사용된 드론은 생산을 위한 시간과 비용을 최소화하기 위해 2020년 NASA에서 실시한 'Mars Helicopter Project'에서 영감을 받아 A4 크기의 종이로 제작하였다. 바람과 기상 등 외적인 요인은 배제하고, 드론의 제공시간에 영향을 주는 내적인 핵심 요인들을 찾기 위해 종이 드론을 이용한 낙하 실험은 실내에서 진행하였다. 이를 위해 공학적 브레인스토밍을 통해 제공시간에 핵심적인 영향을 줄 것으로 생각되는 6가지의 변수(요인)를 설정하였고, 6가지 요인의 수준을 각기 달리하여 모형을 설계하였다. 하지만, 요인들의 수준이 갖는 범위가 모두 상이할 경우, 설계할 수 있는 실험의 개

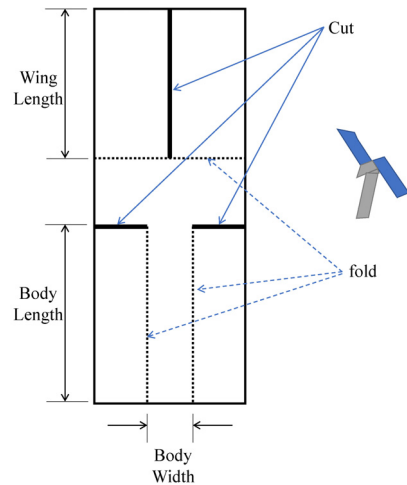
수는 각 요인의 수준 개수에 따라 기하급수적으로 증가한다. 본 실험에서는 실험의 횟수를 최소화하기 위해 요인들의 수준을 2수준으로 고정하였고, 실험결과 분석 간에는 '2수준 일부실시법'을 적용하였다. 이로 인해 필요한 실험의 개수를 $64(=2^6)$ 개로 대폭 축소시킬 수 있었으나, 여기서 더 나아가 '5 = 123'과 '6 = 124'를 생성자(generator)로 갖는 해상도(resolution) IV 일부실시법인 26-2IV 일부실시법을 적용함으로써 그 개수를 총 16회로 줄여 실험을 진행하였다. 실험은 조교 A가 연구실 내 설치된 탁자에 올라서 2m 높이에서 종이드론을 낙하시켰다. 동일한 인물에 의해 모든 실험값이 측정되었으나, 휴먼에러에 의한 편차를 최소화하기 위해 각 처리의 조합은 7번 낙하를 하였으며, 그중에서 최대값과 최소값을 제외시켜 오차를 제거하였다.

2.2 공학적 브레인스토밍

주어진 공학적 시스템의 최적 조건을 찾기 위한 가장 정확한 해법은 시스템에 영향을 미칠 수 있는 모든 변수들을 조합하여 실험을 무한반복 시행하고 시스템을 구성하는 변수의 개수보다 훨씬 많은 방정식을 구성하여 최적해를 찾는 것이다. 하지만, 이는 상당한 시간과 비용의 낭비를 초래하고, 현실적으로 어떤 시스템을 구성하는 모든 요인변수를 찾는 것은 불가능하기에 현명한 방법이라고 볼 수 없다. 공학적 브레인스토밍은 연구자들의 집단지성을 발휘하여 탐색하고자 하는 시스템에 영향을 주는 변수들을 선정하는 방법으로 무수히 많은 잠재적 변수를 갖는 시스템의 초기모형을 가정하는데 유용한 방법이다.

본 연구에서는 드론의 체공시간을 공학적·통계적으로 최적화하기에 앞서 브레인스토밍을 통해 종이드론의 체공시간에 영향을 줄 것으로 기대되는 요인들을 선별하였다. 브레인스토밍 과정에는 연구를 함께 진행한 1·2저자와 교신저자가 참여하였으며, 약 3차례의 회의를 거쳐 드론의 체공시간에 영향을 주는 물리적 요인들을 관련성적과 영상을 검토하였다. 대부분의 드론은 중간몸통, 다리, 2개부터 12개의

다양한 개수의 날개 등으로 구성되어 있다. 이 중에서도 드론의 체공시간에 영향을 가장 많이 줄 것으로 기대되는 요인변수를 <Figure 1>과 같이 날개 길이·너비, 중간 몸통 길이, 몸체 길이·너비, 그리고 종이 비행체에 무게를 더하여 안정적인 비행을 보장하기 위한 클립의 부착 여부로 결정하였다.



<Figure 1> Planar Figure of a Paper Drone

2.3 연구의 절차

앞선 브레인스토밍 과정을 통해 날개의 길이(l)·너비(w), 중간 몸통 길이(m), 다리의 길이(L)·너비(W), 그리고 클립의 부착 여부(c)를 요인변수로 갖는 종이 드론 모형을 결정하였다. 해상도 IV 일부실시법은 어떤 주효과도 다른 주효과나 2요인 상호작용효과와 별명(alias)이 아님을 보장하므로 2^{6-2}_{IV} 일부실시법을 통해 6개의 요인변수 중 드론의 체공시간에 핵심적인 영향을 미치는 주요인을 쉽고 명확하게 선별할 수 있는 장점이 있다. 본 연구는 다음과 같은 순서로 진행하였다.

2.3.1 2수준 일부실시법 적용

2수준 일부실시법을 통해 얻은 데이터를 이용하여 반 정규 확률 그림(half-normal plot)을 도시하고, Lenth's method를 이용하여 핵심 요인효과를 선별

한다. 체공시간의 최대화를 목적으로 하므로 손실함수를 망대(larger-the-better) 특성으로 정의하고 체공시간의 분산을 최소화하면서 평균을 최대화할 수 있는 요인 조건을 찾는 것에 초점을 맞추어야 한다.

2.3.2 경사하강법 적용

관심영역에서 1차모형을 적합하였고, 이렇게 선형으로 가정한 최초 시스템이 사실은 2차항 요인을 포함하고 있음을 확인하기 위해 경사하강법을 적용하여 반응값의 실제와 예측값의 차이가 연구에서 가정한 기준에 위배되는 지점이 존재하는지 검토한다.

2.3.3 중심합성설계(CCD) 적용

중심합성설계(CCD)는 기존의 실험점들에 2차 다항모형을 적합하기 필요한 새로운 실험점들을 추가하기 위해 축차적으로 실시하는 실험설계이다. 요인 변수가 k개인 실험에서 2k개의 상자점(star points)과 nc개의 중심점(center points)을 추가하여 새로운 실험 데이터를 얻는다. 이 실험 데이터에 최소제곱법을 적용하여 2차 다항모형의 회귀계수를 추정할 수 있고, 관심영역을 보다 잘 설명할 수 있는 2차 비선형 회귀식을 얻을 수 있다.

2.3.4 정준분석 실시

정준분석을 실시하여 본 시스템의 형태(오목, 볼록, 안장)를 수학적으로 증명할 수 있고, 핵심 요인 변수들의 최적조건을 결정할 수 있다. 나아가 확증적 실험을 실시하여 결정한 최적조건이 충분한 신뢰도가 있음을 보여줄 수 있다.

3. 이론적 배경

3.1 반응표면분석 기법

반응표면분석은 한 시스템의 반응변수를 최적화시킬 수 있는 관심영역에 속한 핵심 요인변수들의 조합과 최적조건을 찾아내기 위한 방법이다. 두 요인 x_1 , x_2 와 반응변수 y 의 모평균 $\eta = E(y)$ 이 다음과

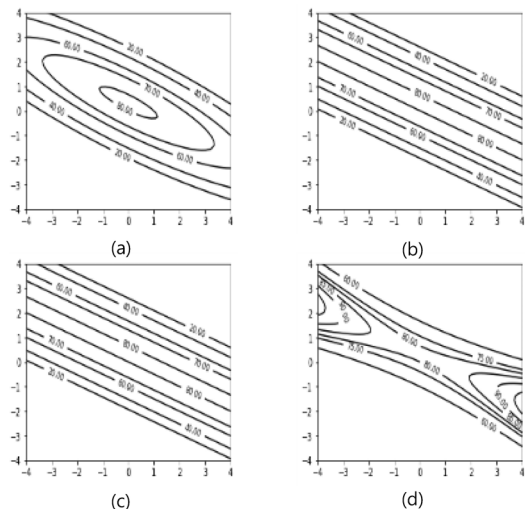
같은 함수관계를 갖는다고 가정해보자.

$$\eta = f(x_1, x_2)$$

반응표면분석의 목적은 모평균 η 의 최적값 η^* 를 보장하는 요인효과(설명변수)들의 수준 조합인 x_1^* , x_2^* 를 관심영역에서 찾는 것이다.

$$\eta^* = \max_{x_1, x_2} f(x_1, x_2) = f(x_1^*, x_2^*)$$

함수 $f(x_1, x_2)$ 는 <Figure 2>와 같이 다양한 형태를 가질 수 있지만, 반응표면분석에서는 최적값의 주위에서 함수를 2차함수로 근사시켜 최적점을 찾는다.



<Figure 2> Some examples of types of surfaces by the second-order model in two variables (a) Simple maximum, (b) Stationary ridge, (c) Rising ridge, (d) col, saddle, or minimax

시스템의 각 요인이 2개의 수준을 갖고 선형효과만을 포함하고 있다고 가정하면, 순수 주효과만 있는 경우에는 반응표면이 완전한 초평면(hyperplane)으로 나타나고, 주효과들 간의 상호작용 효과가 있는 경우는 약간의 곡률(curvature)이 존재하는 초평면이 된다. 그러나, 대부분의 실제 시스템은 비선형효과를 가지는데, 이런 경우 해당 시스템의 반응표

면은 강한 곡률을 가지므로, 이 시스템을 표현하기 위해서는 최소 2차 이상의 항을 포함하는 모형을 구축해야 한다. 실제 반응표면분석 기법은 2차 모형으로 탐색이 가능한 국부적인 관심 영역을 먼저 찾고, 순차적으로 주변지역을 탐색하면서 최적점을 찾아 가는 절차를 적용한다.

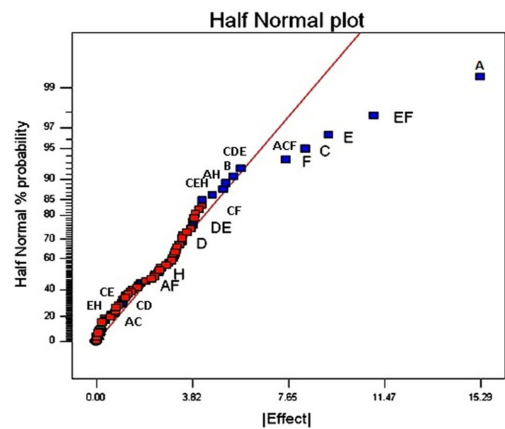
반응표면분석 기법은 전형적으로 3단계의 절차를 갖는데, 먼저 라틴정방설계나 공학적 브레인스토밍을 통해 시스템의 요인변수의 후보를 탐색한다. 그 중에서 핵심요인들을 선별하고, 선별된 인자들에 대한 축차적 실험을 통해 관심 영역으로 이동한다. 이때 통상적으로 중심점을 갖는 2수준 요인배치법(처리의 수가 많을 경우 일부실시법 적용)과 최대경사법을 적용한다. 1~2단계에서는 시스템의 형태를 상호작용효과를 가진 1차모형으로 가정한다. 3단계에서는 관심 영역에서 모형을 2차로 가정하고, 중심합성설계 방법을 적용하여 새로운 실험을 진행한 후, 정준분석을 통해 최적점과 최적 조건을 찾는다.

3.2 핵심요인 선별: 2수준 일부실시법

회귀식의 계수를 추정하기 위해 흔히 사용되는 다원배치법은 반응값에 영향을 주는 요인의 수가 3개 이상이고, 각 요인의 수준 조합인 처리에서 모두 실험하는 경우를 말한다. 요인이 A, B, C 3개이고, 각 수준의 수가 a, b, c이고, 각 처리마다 반복수가 r인 실험을 실시할 경우 전체 실험의 횟수는 $a \times b \times c \times r$ 이 된다. 여기서 각 요인의 수준을 2개로 고정하면 전체 실험의 수가 $2^3 \times r$ 인 2수준 요인배치법(2 level factorial design)이 된다. 회귀식의 계수를 비교적 정확하게 추정할 수 있는 장점이 있지만, 요인의 수가 많아지면 실험의 크기는 기하급수적으로 증가한다. 본 연구에서 사용된 종이 드론은 제작비용은 매우 저렴하나, 제작과 실험을 위해 일정한 시간이 소요되므로 처리의 수가 많아지면 실험을 위한 시간이 장기화되는 어려움이 발생한다.

요인의 수가 많아지면 고차의 상호작용효과들이 발생하는데 일반적으로 3요인 이상의 상호작용효과

는 유의하지 않은 경우가 많다. 일부실시법(Fractional Factorial Design, FFD)을 적용하면 관심의 대상이 아닌 상호작용효과나 고차의 상호작용효과를 주효과와 교락(confounding)되게 함으로써 주효과와 2요인 상호작용효과에만 집중할 수 있다. 일반적으로 2^k 요인 배치법에서 p개의 생성자를 이용하여 불필요한 고차 상호작용효과를 주효과와 교락시킬 경우 2^{k-p} 일부실시법이라고 하며, 이 경우 실험의 크기는 2^{k-p} 가 된다. 요인효과의 추정치들은 정규분포를 따르는 모집단에서 뽑힌 확률표본이고, 핵심 요인효과의 후보를 선별하기 위해 요인효과의 변동은 크기순으로 나열하여 변동의 크기가 가장 큰 요인효과들부터 선별할 수 있다. 요인효과를 변동의 크기순서로 나열하는 것은 각 추정치의 절댓값을 크기 순으로 나열하는 것과 동치인데, 임의의 분포 Z가 표준정규분포를 따르는 경우 $|Z|$ 는 반 정규 확률분포를 따르므로 반 정규 확률 분포 그림(half-normal plot)을 통해 핵심 요인효과를 선별할 수 있다. 반 정규 확률 그림에서 가장 오른쪽에 있는 요인효과가 추정치의 절댓값이 가장 큰 핵심 요인효과의 후보이다. 나아가, 그 효과가 나머지 요인효과들에 의한 선형패턴에 비해 동떨어져 있으면 핵심요인으로 선별할 수 있다. 아래 <Figure 3>에서 주효과 A가 가장 핵심적인 요인변수이고, 뒤를 이어 'E와 F의 상호작용요인', E, C, F순으로 시스템에 영향을 미치는 핵심 요인변수로 선별할 수 있다.



3.3 비선형성 발견: 최대경사법

이전 단계에서 요인배치법 또는 일부실시법을 통해 1차모형으로 간주한 시스템의 모형을 얻었다. 이제 시스템 반응값의 최적점을 보장하는 관심영역으로 이동해야 한다. 하지만 초기 실험에서의 요인변수들의 영역은 최적점을 가지는 관심영역에서 멀리 떨어져 있는 경우가 흔하다. 따라서 초기 실험 데이터를 통해 최적점의 관심영역으로 이동하기 위한 방향을 알아내야 한다. 최대경사법(Steepest Ascent Method)은 주어진 선형모형에서 요인변수들의 조합으로 이루어진 영역을 최적점 근처로 순차적으로 이동시키는 효율적인 절차이다. 이전 단계에서 수립한 1차 모형을 다음과 같이 가정하면,

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + e$$

위 1차 모형의 산포도와 추정된 선형식을 3차원 공간상에 그리면 완전한 초평면으로 나타난다. 시스템의 반응표면이 완전한 1차 선형이 아닌 일반적인 경우의 반응표면은 특정 방향에서 현저한 크기의 곡률을 갖는다. 최대경사법은 반응변수가 가장 크게 증가하는 방향을 2차원 공간에서 찾는 방법으로서 기울기 하강법(gradient descent method)의 반대 방법이다. 위에서 주어진 이변량 함수 $f(x_1, x_2)$ 에 대한 gradient Δf 는 함수의 반응값이 가장 빨리 증가하는 방향을 나타낸다. 선형 예측식이 주어진 경우 2차원 공간에서 반응변수가 가장 크게 증가하는 방향 Δf 는 다음과 같이 주어지며, 적합한 모형식에서 각 축에서 1단위 만큼 증가할 때 반응변수의 변화를 나타내는 회귀계수의 방향을 의미한다.

$$\begin{aligned} \nabla f = \nabla f(x_1, x_2) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2)}{\partial x_2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

이를 간략히 정리하면, 실험을 통해 얻은 자료에서 고려하고자 하는 변량의 범위를 (-1, 1) 사이값으로 변환한다. 이 때, $x_1 = x_2 = \dots = x_k = 0$ 인 점을 기준점(base)라 한다. 이어서 일반적으로 회귀계수의 절댓값이 가장 큰 변수의 증감크기(step size)인 $|\Delta x_j|$ 를 A4용지의 크기를 고려하여 추가실험이 가능하도록 판단하여 0.5 또는 1로 결정하였다. 마찬가지로 나머지 변수들의 증감크기를 아래와 같은 방법으로 구한다.

$$\Delta x_j = \frac{\hat{\beta}_j}{\hat{\beta}_j / \Delta x_j}, \quad j = 1, \dots, k, j \neq i,$$

이렇게 구한 $\Delta x_i, \Delta x_j (i=1, \dots, k, i \neq k)$ 를 (-1, 1)로 변환했던 값(coded variables)에서 자연성 변수(natural variables, 또는 physical variables)로 재변환한다. 이는 A4용지로 추가실험을 하기 위한 샘플을 만들기 위함이다. 아래의 예는 $y = 766.25 - 66.25x_1 + 43.75x_2$ 로 적합한 1차 모형을 통한 예시이다. 반응값을 극대화시키기 위해 Δx_1 의 증감크기를 -1로 설정하고, x_2 의 증감크기와 두 변수의 자연성 변수를 다음과 같은 방법으로 구하였다.

(본 예제에서 y값은 식각 비율(etch rate)이고, x_1 은 양극-노드 간극(anode-cathode gap, cm), x_2 는 초당 전력(power by seconds, W)을 의미한다. 2수준 요인배치법을 적용하기 위한 요인별 수준을 x_1 은 1.2cm를 -수준, 1.6cm를 +수준으로, x_2 는 275W를 -수준, 325W를 +수준으로 설정하였다.)

증감크기 계산과 변수 변환 예제

$$(y = 766.25 - 66.25x_1 + 43.75x_2)$$

Step 1. Set $\Delta x_1 \leftarrow -1$

$$\text{Step 2. } \Delta x_2 = \frac{43.75}{-66.26/(-1)} = 0.66$$

Step 3. Convert the values calculated in step 2 back to physical variables

$$\text{If } x_1 = \frac{\xi_1 - 1.4}{0.2} \text{ and } \Delta x_1 = -1, \text{ then}$$

$$\Delta \xi_1 = -0.20$$

$$\text{If } x_2 = \frac{\xi_2 - 300}{25} \text{ and } \Delta x_2 = 0.66, \text{ then}$$

$$\Delta \xi_2 = 16.5$$

<Table 1> Example for Steepest ascent method

Point	Natural variables		Coded variables		Predicted rate y	Observed rate y
	Gap(ξ_1)	Power(ξ_2)	x_1	x_2		
Base(Starting point)	1.40	300.0	0	0.00	-	-
Δ	-0.20	16.5	-1	0.66	-	-
Base+ Δ	1.20	316.5	-1	0.66	861.38	845
Base+2 Δ	1.00	333.0	-2	1.32	956.50	950
Base+3 Δ	0.80	349.5	-3	1.98	1051.63	1040

이어서 계산을 통해 얻은 값들을 통해 얻은 각 처리로 추가실험을 하였고, 이를 통해 얻은 실제 반응값(observed rate y)과 적합한 회귀식을 이용하여 아래 표의 각 점에서 예상되는 값을 계산하여 predicted rate y 에 기입하였다. 본 예제에서는 Base+2 Δ 에서 우연히 실제값과 예상값이 비슷하였지만, Base+ Δ 에서 두 값이 큰 차이를 보이므로 해당 시스템은 Base+ Δ 지점에서부터 2차 모형이 더 적절하다고 해석할 수 있다.

적합하기 위해 각 요인에 대하여 2개의 축점(star points)을 추가한다. 일반적으로 요인변수의 개수가 k 개인 모형에서 축점의 크기는 \sqrt{k} 로 선택하는데, 그 이유는 <Figure 4>에서 볼 수 있듯이 \sqrt{k} 로 설정하면 $k=2$ 일 경우에는 모든 실험점들이 ‘원’ 위에, $k=3$ 일 경우는 ‘구’ 위에 놓여 추정의 분산을 최소화할 수 있기 때문이다.

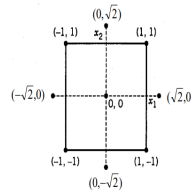
3.4 최적화: 중심합성설계와 정준분석

3.4.1 중심합성설계(Central Composite Design, CCD)

두 변수의 주효과와 상호작용효과를 가지는 2차 모형은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_{12}x_1x_2 + \beta_{11}x_1^2 + \beta_{22}x_2^2 + e$$

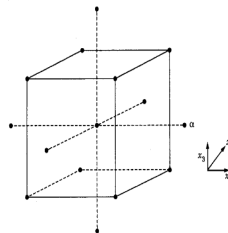
2차 다항식을 적합해야 하기 때문에 각 요인에 대해 최소한 3개의 수준이 필요하다. 따라서 요인의 개수가 k 개이면 실험점의 개수는 $3k$ 가 필요하며, 이로 인해 실험점의 개수는 요인의 수가 증가하면 할수록 기하급수적으로 늘어난다. 앞서 종이 드론의 체공시간에 영향을 미치는 요인변수를 6개로 설정하였는데, 이중 핵심변수를 3개만 선택하여 추가연구를 진행한다고 하더라도 $27(=3^3)$ 번의 추가실험이 필요하게 된다. 중심합성설계 방법은 먼저 1차 모형을 적합하기 위해 중심점(center points)에서 n_c 개의 실험을 하고, 각 요인의 상자점들(factorial points)에서 2^k 개의 실험을 한다. 최적점 근처 영역에서 2차 모형을



Coordinates of the Star points

- $k = 2$ and $\alpha = \sqrt{2}$

x_1	x_2
$-\sqrt{2}$	0
$\sqrt{2}$	0
0	$-\sqrt{2}$
0	$\sqrt{2}$



- $k = 3$ and $\alpha = \sqrt{3}$

x_1	x_2	x_3
$-\sqrt{3}$	0	0
$\sqrt{3}$	0	0
0	$-\sqrt{3}$	0
0	$\sqrt{3}$	0
0	0	$-\sqrt{3}$
0	0	$\sqrt{3}$

<Figure 4> Geometrical Presentation of Central Composite Design

이렇게 하면 이전단계에서 수행한 실험점들과 합쳐 각 요인별로 3개 이상의 수준을 갖는 실험점을 만들 수 있다. 즉, 2차 모형을 적합할 수 있는 효율적인 실험설계가 되는 것이다. 2차 모형은 기본적으로 ‘변수간의 상호작용 효과를 고려한 1차 선형모형’과 ‘각 변수의 2차항’으로 다음과 같이 구성되어 있다. 변수

가 k 개이고 각 수준이 2인 2차 모형을 적합하기 위해 추정해야 하는 회귀계수의 개수는 $2^k + k$ ('상호작용 효과가 있는 1차 모형을 적합하기 위한 2^k 와 '2차항들을 추정하기 위한 k 개')인 반면, 중심합성설계를 통해 얻을 수 있는 독립적인 실험의 개수는 $2^k + 2k + 1$ (상자점들 2^k 개, 축점 $2k$ 개, 중심점 1개)이다. $2^k + 2k + 1$ 개의 실험수는 <Table 2>에서 보는 것처럼 k 가 3 이상일 경우 2차 모형을 적합하기 위한 3 수준 요인배치법의 실험 수인 3^k 보다 작으므로 보다 효율적인 실험여건을 제공한다.

<Table 2> Comparison between the Trial Number of 2, or 3 Level Factorial Design, and Central Composite Design

	# of unknowns	2^k	3^k	CCD
$k = 2$	6	4	9	9
$k = 3$	11	8	27	15
$k = 4$	20	16	81	25
$k = 5$	37	32	243	43
$k = 6$	70	64	729	77

3.4.2 정준분석(Canonical Analysis)

최적점이 존재하는 관심영역에 접근하고, 중심합성설계 방법을 적용하여 2차 다항식의 모형을 구성하였다. 다음의 질문은 "어떻게 최적점과 요인변수들의 최적조건을 찾을 것인가?"이다. 정준분석의 기본적인 아이디어는 2차 다항식 모형을 아래와 같은 절차를 통해 정준형식(canonical form)으로 바꾸는 것이다. 2차 다항식 모형을 정준형식으로 바꾸는 절차는 아래와 같으며, \hat{y}_s 은 반응값의 최적 예측값, λ_i 는 상수, w_i 는 정준변수를 의미한다.

- ① 2차 다항식의 모형을 벡터/행렬 형태로 아래와 같이 변환한다.

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{x}$$

where:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_k]$$

$$\hat{\mathbf{b}} = [\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k],$$

$$\hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12} & \dots & \hat{\beta}_{1k} \\ & \hat{\beta}_{22} & \dots & \hat{\beta}_{2k} \\ & & \ddots & \vdots \\ \text{sym} & & & \hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix}$$

- ② 정류점(stationary point) 과 정류점에서의 반응값을 찾는다.

$$\mathbf{X}_s = -\frac{1}{2} \hat{\mathbf{B}}^{-1} \hat{\mathbf{b}} \text{ (정류점, stationary point)}$$

$$\hat{y}_s = \hat{\beta}_0 + \frac{1}{2} \mathbf{X}_s^T \hat{\mathbf{b}} \text{ (정류점에서의 반응값, response at a stationary point)}$$

- ③ 행렬 B의 고유값을 찾고, 2차 모형을 아래와 같이 정준형식으로 변환한다.

$$\hat{y} = \hat{y}_s + \sum_{i=1}^k \lambda_i \omega_i^2$$

행렬 B의 고유값으로 정준분석을 실시하여 정상점의 형태와 최적점의 유무를 파악한다. 행렬 B의 고유값이 모두 음수이면 정상점은 최대점(최적점)이고, 모두 양수이면 정상점은 최저점, 그리고 만약 양수와 음수가 섞여 있다면 정상점은 안장점의 모습을 갖게 된다.

4. 실험 및 결과 분석

4.1 초기탐색, 핵심요인 선별

본 연구에서는 핵심요인을 선별하기 위한 방법론으로 2수준 요인배치법을 선택하였다. <Table 3>에 종이 드론의 제작할 A4용지의 크기를 고려하여 각 요인과 수준들을 명시하였다.

<Table 3> Factors and Levels (units: inch)

Factor	Symbol	Level	
		-1	1
Wing Length	l	3	4.75
Wing Width	w	2	3
Body Length	L	3	4.75
Body Width	W	1.25	2
Middle Body Length	m	1.25	2
Clip	c	N	Y

브레인스토밍 단계에서 제공시간에 지대한 영향을 미칠 변수 6개를 선택했으므로 최초 실험으로 $64(2^6)$ 회의 처리가 필요했다. 종이 드론을 만들고 실험을 시행하는데 일정 시간이 소요되므로 처리의 수준을 줄이면서, 주효과들에 대한 탐색을 보장할 수 있는 방법론을 선정해야 한다. 이를 위해 Wu et al. [15]이 적용한 방법론을 준용하여 해상도가 IV이고, 2개의 생성자('5 = 123'과 '6 = 124')를 갖는 $2^{k-p}_{IV}(k=6, p=2)$ 일부실험법을 최종 방법론으로 선택하였다.

실험의 편의를 위해 각 처리수준의 종이 드론을 7회 낙하하여 그 중 가장 좋은 기록과 가장 나쁜 기록을 제외한 5개의 기록을 정리하였고, 반 정규확률 분포를 활용하여 핵심요인들을 선별하였다. 수치적으로 추정의 정확도를 향상시키기 위해 Lenth's method를 적용하여 각 주효과의 유사표준편차(pseudo standard error, PSE)를 계산하고, 각 주효과와 2요인 상호작용효과 중 유의미한 항목들의 위치 및 분산 효과를 아래와 같이 추정하였다.

$$\hat{y} = 1.88 + 0.15X_l - 0.11X_w - 0.1X_L(\text{location})$$

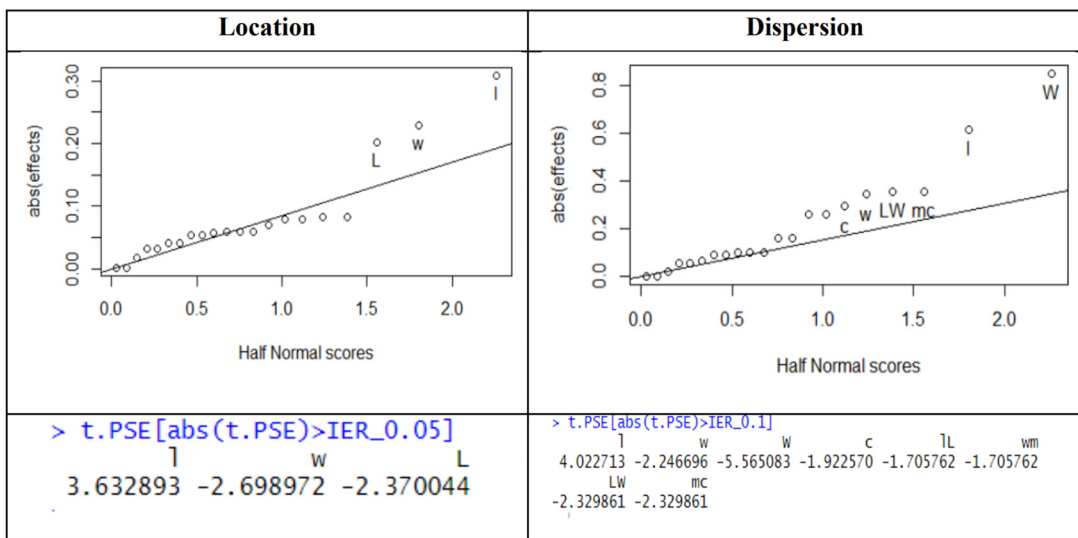
$$\ln(\widehat{s^2}) = -4.22 + 0.31X_l - 0.17X_w - 0.43X_W$$

$$-0.15X_c(\text{dispersion})$$

본 연구의 목적인 제공시간을 최대화하는 최적조건 도출을 위해 손실함수를 망대특성으로 설정하였다. 망대특성 손실함수를 적용한 경우, 요인들 간의 분산을 최소화하면서 동시에 평균을 최대화해야 한다. 먼저 제공시간의 평균을 극대화하기 위해 “날개의 길이(l)는 양의 수준으로, 날개 너비(w)와 다리 길이(L)는 음의수준으로 설정해야 한다.”는 결론을 도출할 수 있다. 이어서 분산을 최소화해야 하는데 평균을 극대화하는 과정에서 날개 길이(l)와 날개 너비(w)의 수준은 이미 결정했기 때문에 “몸체 너비(W)와 클립의 유무(c)를 양의 수준으로 결정한다.”는 결론을 내릴 수 있었다. <Figure 5>는 위에서 살펴본 위치와 분산의 반 정규확률분포 그림이다.

4.2 모델의 비선형성 발견

최초 실험을 통해 1차 모형을 $f(x_l, x_w, x_L) = 1.88 + 0.15X_l - 0.11X_w - 0.1X_L$ 로 적합하였다. 날개의 길이(l)와 날개 너비(w), 몸체 길이(L)이 제공시간에 핵심적인 영향을 미치는 요인으로 선별한 상태에서 제공시간을 극대화할 수 있는 방향 Δf 을 찾기 위해 최대경사법을 적용하였다. 세 변수들의 범위를 (-1, 1)



<Figure 5> Half-normal Plot of the Paper Drone Experiment

<Table 4> Results of Steepest Ascent Method

Point	Coded variables			Natural variables			Predicted Response	Observed Response
	x_l	x_w	x_L	ξ_l	ξ_w	ξ_L		
Base	0.0	0.00	0.00	3.875	2.500	3.875	1.878	1.65
Δ	0.5	-0.37	-0.33	0.44	-0.19	-0.29	-	-
Base+ Δ	0.5	-0.37	-0.33	4.315	2.31	5.585	2.031	1.89
Base+2 Δ	1.0	-0.74	-0.66	4.755	2.12	3.295	2.185	2.04
Base+3 Δ	1.5	-1.11	-0.99	5.195	1.93	3.005	2.338	2.1
Base+4 Δ	2.0	-1.48	-1.32	5.635	1.74	2.715	2.492	1.99

로 변환하고, A4용지의 크기를 고려하여 회귀계수의 절댓값이 가장 큰 날개 길이 변수 1의 증감크기를 0.5로 결정하였다. 나머지 변수들의 증감크기를 계산하고, 세 변수들의 범위 변환값(coded variables)을 자연성 변수(natural variables)로 재변환하여 추가 실험을 위한 종이 드론을 제작하고 실험을 실시하였다. 최초실험과 같은 방법으로 7번의 낙하비행을 실시하고 최대값과 최소값을 지우고 가운데 5번의 기록을 저장하였다. 적합된 회귀식을 통해 계산한 예상값(predicted response)은 Base+1 Δ , Base+2 Δ , Base+3 Δ , Base+4 Δ 에서 각각 (2.031, 2.185, 2.338, 2.492)로 점차 증가하였으나, 실제값(observed response)의 평균은 (1.89, 2.04, 2.1, 1.99)로 점진적으로 증가하다가 Base+4 Δ 에서 갑작스러운 감소패턴을 보였다. 위 결과로부터 1차 모형이 종이 드론의 체공시간 시스템을 설명하기에 설득력이 떨어지며, 2차 모형으로의 전환이 필요함을 알 수 있었다. 아래의 <Table 4>는 추가실험데이터를 분석한 결과이다.

4.3 시스템 최적화

2차 모형을 적합하기 위해 6개의 축점과 5개의 중심점을 추가한 중심합성설계 방법을 적용하여 1차 실험데이터에 추가실험데이터를 더해 각 요인변수가 3수준 이상을 갖도록 설계하여 2차 모형을 적합할 수 있는 효율적인 환경을 구축하였다. 이어 최소 제곱법을 적용하여 가정한 2차 모형의 회귀계수를 아래와 같이 추정하였다.

$$\hat{y} = 1.92 + 0.19X_l - 0.11X_w - 0.08X_L - 0.05X_l^2 + 0.02X_w^2 + 0.03X_L^2 - 0.04X_lX_w - 0.003X_lX_L - 0.002X_wX_L$$

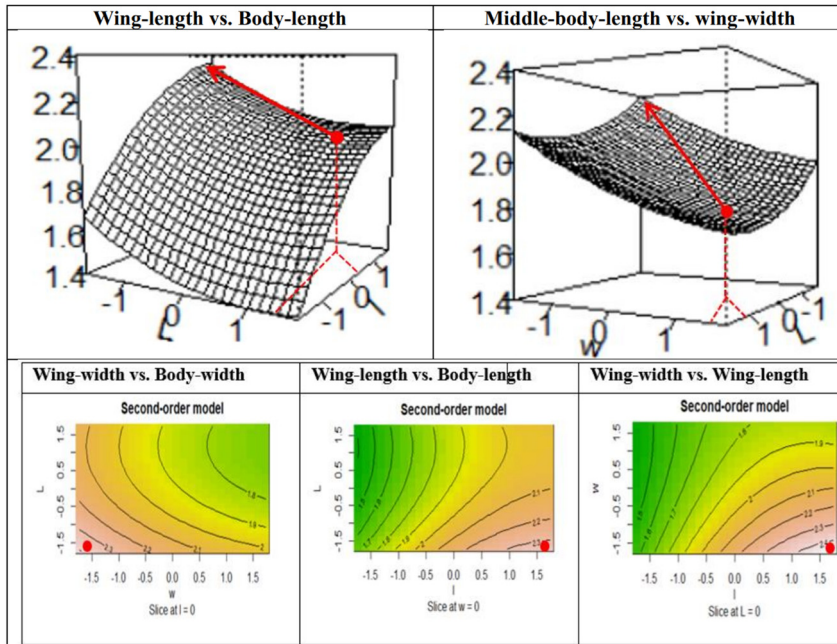
이 중에서 ‘날개 길이(l) 및 너비(w), 몸체의 길이(L), 날개 길이와 너비의 상호작용 효과($l-w$), 날개의 길이(l)의 2차항, 몸체의 길이(L)의 2차항’이 유의수준 0.05 수준 하에서 유의미한 변수임을 <Figure 6>과 같이 확인하였다.

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	1.9200325	0.0107271	178.9882	< 2.2e-16 ***
l	0.1899126	0.0064140	29.6093	2.792e-10 ***
w	-0.1111313	0.0064140	-17.3265	3.206e-08 ***
L	-0.0751777	0.0064140	-11.7209	9.406e-07 ***
l:w	-0.0415000	0.0084806	-4.8935	0.0008552 ***
l:L	-0.0030000	0.0084806	-0.3537	0.7316719
w:L	-0.0015000	0.0084806	-0.1769	0.8635230
l^2	-0.0512792	0.0062288	-8.2326	1.759e-05 ***
w^2	0.0198893	0.0062288	3.1931	0.0109518 *
L^2	0.0319177	0.0062288	5.1242	0.0006244 ***

<Figure 6> Coefficient Summary of 2nd Order Model

이어서 행렬 **B**를 구성하고 정준분석의 절차에 따라 정류점을 찾고, 정류점에서의 반응값을 계산한 뒤 행렬 B의 고유값을 계산하여 정상점의 형태를 파악했다. 정류점 S는 $\{X_l = 0.36, X_w = 3.63, X_L = 1.3\}$ 이었고, 정류점에서의 반응값 \hat{y}_s 는 1.74였다. 행렬 B의 고유값은 [0.034, 0.024, -0.055]로 양과 음의 부호가 섞여 있으므로 이 모형의 정상점은 ‘안장점’의 형태를 띠었다. 다음은 모형을 정준형식으로 변환하여 표현한 결과이다.

$$\hat{y} = 1.74 + 0.034\omega_1^2 + 0.024\omega_2^2 - 0.055\omega_3^2$$



〈Figure 7〉 Response Surface of the Paper Drone's 2nd Order Model

4.4 확증적 실험

안장점의 위치를 확인하기 위해 변수를 2개의 조합으로 나누어 3차원 공간상에 도식하였다. 아래 〈Figure 7〉에서 보는 바와 같이 “날개 길이(l)이 길어질수록, 그리고 몸체의 길이(L)이 짧아질수록”, 또는 “날개의 너비(w)가 좁아질수록, 그리고 몸체의 길이(L)이 짧아질수록” 체공시간은 길어짐을 직관적으로 확인할 수 있었다.

“A4용지로 종이 드론을 제작한다.”는 것은 최소 실험의 제약조건이었다. 본 연구의 목적은 그러한 제약 속에서 종이 드론의 체공시간을 최대화할 수 있는 최적조건을 찾는 것이었다. 〈Figure 7〉에서 얻은 직관적 통찰을 바탕으로 $X_l = 1, X_w = -1, X_L = -1$ 로 설정하고, 나머지 변수들은 초기탐색 과정에서 확인했던 것처럼 몸체 너비(w)와 클립의 유무(c)를 양의 수준으로 결정하고 재실험을 진행하였다. 이번에도 종이 드론을 7번 낙하시키고, 가장 좋은 기록과 나쁜 기록을 제외한 나머지 기록들을 확인하였다.

평균 체공시간은 2.67초로 현재까지의 실험 결과 중 가장 높았고, 기록의 표준편차는 0.06로 비교적 안정적인 수준이었다. 또한 신뢰도 95% 수준 하에서 신뢰구간은 [2.55, 2.79]로서 실제 기록의 평균 2.67초가 신뢰구간 안에 포함됨을 확인하였다. 본 연구를 비추어 보았을 때 드론을 포함한 무인비행체의 체공시간을 안정적으로 보장하기 위해서는 비행체의 전반적인 크기에 따라 각 요인들의 상대적 크기는 달라질 수 있겠지만 일반적으로 프로펠러의 길이는 길게, 너비는 짧게, 그리고 다리의 길이는 짧게 세팅해야 한다. 이러한 사실은 드론뿐만 아니라 프로펠러를 가진 헬리콥터에도 적용할 수 있을 것이다.

5. 결론 및 시사점

지금까지 반응표면분석 방법을 적용하여 종이형 드론의 비행시간을 최대화하는 최적조건을 찾는 일련의 과정을 분석하였다. 본 연구를 통해 종이 드론의 체공시간에 핵심적인 영향을 미치는 요인들을 확

인하였고, 제공시간을 최대화하기 위한 요인들의 수준에 대한 통찰도 얻을 수 있었다. 또한 실제 확증적 실험을 통해 반응표면분석 방법을 통해 얻은 해당 변수들의 수준 조건이 주어진 제약조건 속에서 제공시간의 최대화를 보장함을 확인하였다. 본 연구의 실험을 분석하였을 때, 관심 영역에서의 정상점은 안정점으로 밝혀졌다. 따라서, 종이의 크기를 늘려 실험으로 얻을 수 있는 관심영역을 확장하지 못한다면, 핵심변수들의 상호관계를 그래프로 표현하고 그 그래프를 통해 최적조건을 추정해야만 한다. 정준분석을 통해 수학적으로 최적 조건을 찾고자 한다면 실제 운용 드론과 유사한 크기로 종이 드론을 제작하여 실험을 진행해야 할 필요가 있다.

반응표면분석 방법은 2차 모형을 가정한 모형의 요인 수준의 변화에 따른 반응변수의 변화 패턴으로부터 최적 반응 값을 주는 요인들의 최적 조건을 찾는 회귀 분석 방법으로 여러 인자들이 반응값의 성질에 영향을 줄 때 유용한 방법이다. 이는 의약품 분석을 위한 모델 개발, 음식이나 술의 제조 과정 최적화, 철근콘크리트 건물의 안정성 최적화 등 다양한 분야에서 적용되고 있다. 최근 육군에는 드론봇 전투단이 창설되는 등 드론에 대한 많은 전투실험이 이루어지고 있다. 본 연구는 다양한 전투현장의 환경 속에서 군사용 드론의 안정적인 비행을 보장하기 위한 요인변수들을 연구하는 분야에서 디딤돌 역할을 할 수 있을 것이다. 나아가 각종 무기체계의 정확도를 높이기 위한 요인변수들의 조합과 그것들의 최적조건을 발견하는 연구에도 적용되어 군사적으로 무기체계 발전을 위한 노력에 본 연구가 적용되기를 기대한다.

참 고 문 헌

- [1] 고평중, 김다솔, 허재석(2021), “인공신경망 가중치의 효과적인 최적화를 위한 하이브리드 메타휴리스틱 알고리즘,” 한국경영과학회 학술대회논문집, 3390-3390.
- [2] 김경준, 이수동, 전치혁, 박개명, 변상수(2017), “선박 운항효율 예측모델 개발 및 반응표면분석,” 한국경영과학회 학술대회논문집, 1978-1986.
- [3] 김정희, 조남석(2018), “2-D Non-Convex 공간에서의 혐오시설 위치 선정을 위한 혼합정수 비선형 계획 모형 (MINLP) 연구,” 경영과학, 35(1), 41-54.
- [4] 김길영, 유성범, 김동영, 김동성, 최주호(2015), “종이 헬리콥터 낙하해석모델의 통계적 교정 및 검증,” 대한기계학회 논문집 A권, 39(8), 751-758.
- [5] 변재현, 이진명, 김세희(2014), “헬리콥터 비행시험 최적화를 위한 실험계획법의 적용,” 대한기계학회 논문집 C권, 2(2), 113-124.
- [6] 신병철, 김시웅, 정순민, 변재현, 남용석(2015), “종이 헬리콥터 실험을 통한 개발단계 성능변동의 이해와 개선,” 품질경영학회지, 43(4), 589-606.
- [7] 이진호(2015), “무인항공기에 대한 게임 이론 기반의 탐지 최적화 모델링,” 한국경영과학회 학술대회논문집, 3391-3395.
- [8] 이승호, 백승령(2020), “시스템의 기술적 특성 및 개인특성이 상황인식과 의사결정에 미치는 영향: 육군전술지휘정보시스템(ATCIS) 활용을 중심으로,” 한국경영과학회지, 45(2), 25-42.
- [9] 정예림, 박태준, 민윤홍(2016), “배송 네트워크에서 드론의 유용성 검증,” 한국경영과학회지, 41(3), 75-96.
- [10] 조성진, 이문걸(2019), “지형공간정보 및 경로탐색 알고리즘을 이용한 최적 강하지역 선정 모형,” 경영과학, 36(3), 31-45.
- [11] 황하은, 조운상, 황석철, 김성범(2021), “목표 품질에 대한 최적 설계인자 도출을 위한 인공신경망과 반응표면분석법,” 한국경영과학회 학술대회논문집, 2534-2560.
- [12] Ferryanto, L.(2016), “Structuring a design for Six Sigma project: paper helicopter robust and optimal design,” International Journal of Six Sigma and Competitive Advantage, 9(2-4), 150-173.

- [13] Li, Z. Lu, D., and Gao, X.(2021), “Optimization of mixture proportions by statistical experimental design using response surface method: A review,” *Journal of Building Engineering*, 36, 102101, <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2020.102101>.
- [14] “Student Project: Make a Paper Mars Helicopter | NASA/JPL Edu,” NASA Web page, last modified Apr 9, 2020, accessed Feb 15, 2022, <https://www.jpl.nasa.gov/edu/learn/project/make-a-paper-mars-helicopter/>.
- [15] Wu C.F.J., and Hamada, M.S(2009), “Experiments: Planning, Analysis, and Optimization, 2nd Edition”, Wiley, Appendix 4A.